

Podstawy Elektroniki

Ćwiczenia komputerowe

Linie długie i falowody

Autor: Dariusz Tefelski



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika Warszawska



Spis treści

1	Cel ćwiczenia	1
2	Wstęp teoretyczny	1
2.1	Równania telegrafistów	1
2.2	Parametry linii długich	2
2.2.1	Współczynnik fali stojącej WFS (SWR)	2
2.3	Parametry kabla koncentrycznego RG58	3
2.4	Wynikowe parametry transmisyjne kabla RG58	3
2.5	Falowody prostokątne	4
2.5.1	Po co stosuje się falowody?	4
2.5.2	Zalety falowodów	4
2.5.3	Wady falowodów	5
2.6	Prędkość fazowa i prędkość grupowa w falowodzie	5
2.6.1	Intuicyjny Model zygzakowy	5
2.6.2	Relacja prędkości fazowej i grupowej z prędkością światła	6
2.6.3	Dowód nierówności ($v_p > c$ oraz $v_g < c$)	7
3	Zadania ćwiczeniowe	8
3.1	Zadanie 1: Parametry linii bezstratnej (SymPy i Matplotlib)	8
3.2	Zadanie 2: Multisim - zbadaj zmianę impedancji linii długiej zwartej na końcu od jej długości	9
3.3	Zadanie 3: Interaktywna symulacja mikrofalowej laboratoryjnej linii pomiarowej	10
3.4	Zadanie 4: Interaktywna symulacja reflektometrii impulsowej (TDR - Time Domain Reflectometry)	13
3.5	Zadanie 5: Częstotliwości odcięcia w falowodzie (SciPy)	17
4	Pytania kontrolne	18
4.1	Wymagane oprogramowanie	19
5	Autorzy i historia opracowania	20





1 Cel ćwiczenia

Celem niniejszego ćwiczenia jest zapoznanie z metodologią opisu układów o stałych rozłożonych i uzmysłowienie konieczności uwzględnienia zjawisk falowych w takich układach.

2 Wstęp teoretyczny

Definicja



Linia długa to linia przesyłowa, której długość fizyczna l jest porównywalna lub większa od długości fali λ przesyłanego sygnału elektrycznego (przyjmuje się zazwyczaj kryterium $l > 0.1\lambda$).

W przeciwieństwie do obwodów o parametrach skupionych, w linii długiej napięcie V i natężenie prądu I są funkcjami zarówno czasu t , jak i współrzędnej położenia z wzdłuż linii. Linię taką opisuje się za pomocą parametrów rozłożonych:

- R' – rezystancja na jednostkę długości [Ω/m]
- L' – indukcyjność na jednostkę długości [H/m]
- G' – konduktancja na jednostkę długości [S/m]
- C' – pojemność na jednostkę długości [F/m]

2.1 Równania telegrafistów

Warto wiedzieć



Równania telegrafistów to układ dwóch sprzężonych równań różniczkowych cząstkowych opisujących rozkład napięcia i prądu w linii.

1. Postać czasowa (dla dowolnych sygnałów):

$$\begin{cases} -\frac{\partial V(z, t)}{\partial z} = R'I(z, t) + L'\frac{\partial I(z, t)}{\partial t} \\ -\frac{\partial I(z, t)}{\partial z} = G'V(z, t) + C'\frac{\partial V(z, t)}{\partial t} \end{cases}$$

2. Postać harmoniczna (zespolona - dla stanu ustalonego): Przy założeniu wymuszenia sinusoidalnego $V, I \propto e^{j\omega t}$, równania redukują się do równań różniczkowych zwyczajnych dla wartości skutecznych zespolonych:

$$\begin{cases} -\frac{dV(z)}{dz} = (R' + j\omega L')I(z) \\ -\frac{dI(z)}{dz} = (G' + j\omega C')V(z) \end{cases}$$

Gdzie:



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczypospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika Warszawska

Plac Politechniki 1
00-661 Warszawa

www.pw.edu.pl



- $V(z), I(z)$ – fazory napięcia i prądu,
- $\omega = 2\pi f$ – pulsacja sygnału,
- j – jednostka urojona.

Z tych równań wyprowadza się kluczowe parametry linii, takie jak impedancja charakterystyczna $Z_0 = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$ oraz stała propagacji $\gamma = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}$.

2.2 Parametry linii długich

Parametrami falowymi linii są:

- **Impedancja falowa** (impedancja charakterystyczna) Z_c :

$$Z_c = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (1)$$

- **Stać propagacji** γ :

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (2)$$

gdzie α to stała tłumienia, a β to stała fazowa.

Dla linii bezstratnej ($R = 0, G = 0$) impedancja rzeczywista wynosi $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$, a stała tłumienia $\alpha = 0$. Napięcie na linii odległej o z od końca odbiorczego jest sumą fali padającej i odbitej, a tzw. współczynnik odbicia wynosi:

$$\Gamma_O = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} \quad (3)$$

gdzie Z_L jest impedancją obciążenia.

2.2.1 Współczynnik fali stojącej WFS (SWR)

Definicja



Współczynnik fali stojącej (WFS, ang. SWR – Standing Wave Ratio) definiuje się jako stosunek maksymalnej do minimalnej amplitudy napięcia (lub natężenia prądu) wzdłuż linii transmisyjnej:

$$WFS = \frac{V_{max}}{V_{min}}$$

Współczynnik fali stojącej WFS wyznacza się na podstawie modułu współczynnika odbicia (Γ):

$$WFS = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$





Gdzie współczynnik odbicia Γ dla obciążenia o impedancji Z_L i linii o impedancji charakterystycznej Z_c wynosi:

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c}$$

Objaśnienie symboli:

- V_{max}, V_{min} – maksymalna i minimalna wartość skuteczna napięcia w linii,
- $|\Gamma|$ – moduł współczynnika odbicia (przyjmuje wartości od 0 do 1),
- Z_L – impedancja obciążenia (odbiornika),
- Z_c – impedancja charakterystyczna (falowa) linii transmisyjnej.

Właściwości:

- Dla idealnego dopasowania ($Z_L = Z_c$): $\Gamma = 0 \implies WFS = 1$.
- Dla całkowitego odbicia (zwarcie lub rozwarcie): $|\Gamma| = 1 \implies WFS = \infty$.
- W praktyce dąży się do tego, aby WFS był jak najbliższy jedności.

2.3 Parametry kabla koncentrycznego RG58

Typowe parametry rozłożone dla popularnego kabla koncentrycznego RG-58 (wersja standardowa z dielektrykiem polietylenowym PE) wynoszą w przybliżeniu:

Parametry na metr kabla [$/m$]:

- Rezystancja (R'): $\approx 0,035 - 0,050 \Omega/m$ (Jest to rezystancja dla prądu stałego DC żyły środkowej. Należy pamiętać, że przy częstotliwości 1 GHz rezystancja ta wzrośnie wielokrotnie z powodu efektu naskórkowości).
- Indukcyjność (L'): $\approx 250 \text{ nH}/m$ ($250 \times 10^{-9} \text{ H}/m$)
- Pojemność (C'): $\approx 100 \text{ pF}/m$ ($100 \times 10^{-12} \text{ F}/m$)
- Konduktancja (G'): $\approx 1 - 10 \mu\text{S}/m$ (Dla modelu uproszczonego i niskich strat przyjmuje się często $G' \approx 0$).

2.4 Wynikowe parametry transmisyjne kabla RG58

Na podstawie danych powyżej można wyznaczyć kluczowe cechy koncentrycznego kabla RG58:

1. Impedancja charakterystyczna (Z_c):

$$Z_c \approx \sqrt{\frac{L'}{C'}} = \sqrt{\frac{250 \times 10^{-9}}{100 \times 10^{-12}}} = \sqrt{2500} = 50 \Omega$$





2. Współczynnik skrócenia (Velocity Factor v_f): Dla dielektryka PE wynosi on ok. 0,66. Oznacza to, że fala w kablu porusza się z prędkością:

$$v_p = 0,66 \cdot c \approx 200\,000 \text{ km/s}$$

3. Tłumienie przy 1 GHz: Dla kabla RG-58 tłumienie przy częstotliwości 1 GHz jest dość wysokie i wynosi typowo ok. 0,6 - 0,8 dB/m (dlatego przy 1 GHz stosuje się go zazwyczaj tylko na krótkich odcinkach).

2.5 Falowody prostokątne

Falowody służą do przesyłania energii dla małych długości fal (np. mikrofałe). Fale rozchodzą się w postaci modów TE (Transverse Electric) oraz TM (Transverse Magnetic). Każdy mod ma swoją częstotliwość odcięcia, poniżej której nie może rozchodzić się w falowodzie:

$$f_{c_{mn}} = \frac{1}{2\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \quad (4)$$

gdzie a i b to wymiary poprzeczne falowodu ($a > b$), a m, n to wskaźniki modu. Mod podstawowy to najczęściej TE₁₀.

2.5.1 Po co stosuje się falowody?

Falowody są strukturami służącymi do prowadzenia fali elektromagnetycznej wzdłuż określonej ścieżki przy minimalnych stratach energii. Stosuje się je przede wszystkim w zakresie **mikrofal** (częstotliwości powyżej 1 – 3 GHz) oraz fal milimetrowych, gdzie tradycyjne linie przewodowe (np. kable koncentryczne) przestają być efektywne.

Głównym powodem ich użycia jest fakt, że przy bardzo wysokich częstotliwościach prąd płynie tylko w cienkiej warstwie powierzchniowej przewodnika (zjawisko naskórkowości), a straty w dielektryku kabli koncentrycznych drastycznie rosną. Falowód, będący metalową rurą (najczęściej prostokątną lub okrągłą), eliminuje te problemy.

2.5.2 Zalety falowodów

- **Bardzo niskie tłumienie:** Ze względu na brak wewnętrznego przewodnika i możliwość wypełnienia wnętrza powietrzem (lub próżnią), straty dielektryczne są niemal zerowe, a straty przewodzenia są znacznie mniejsze niż w kablach koncentrycznych.
- **Wysoka obciążalność mocowa:** Falowody mogą przesyłać sygnały o bardzo dużych mocach (rzędu kilowatów i megawatów), co jest kluczowe w systemach radarowych i nadajnikach dużej mocy.
- **Doskonałe ekranowanie:** Ponieważ fala jest całkowicie zamknięta w metalowej strukturze, falowody nie emitują promieniowania na zewnątrz i są całkowicie odporne na zewnętrzne zakłócenia elektromagnetyczne.





- **Wysoka dobroć (Q):** W porównaniu z obwodami rezonansowymi budowanymi z elementów elektronicznych, wnęki falowodowe charakteryzują się znacznie wyższą dobrocią.

2.5.3 Wady falowodów

- **Częstotliwość odcięcia (f_c):** Falowód działa jak filtr górnoprzepustowy. Fala może się w nim rozchodzić tylko wtedy, gdy jej częstotliwość f jest wyższa od częstotliwości odcięcia:

$$f > f_c \quad (5)$$

Dla najpopularniejszego mody TE_{10} w falowodzie prostokątnym o szerokości a , wynosi ona $f_c = \frac{c}{2a}$.

- **Wymiary i masa:** Przy niższych częstotliwościach (poniżej 1 GHz) wymiary falowodu stają się bardzo duże (szerokość rzędu kilkudziesięciu centymetrów), co czyni je ciężkimi i niepraktycznymi.
- **Brak elastyczności:** Metalowe falowody są strukturami sztywnymi. Wszelkie zakręty wymagają precyzyjnie wykonanych kolanek, a instalacja jest znacznie trudniejsza niż w przypadku giętkich kabli.
- **Wysoki koszt:** Produkcja falowodów wymaga dużej precyzji mechanicznej, a ich wnętrze często jest pokrywane warstwą srebra lub złota, co znacząco podnosi cenę systemu.

Warto wiedzieć



Falowody są niezastąpione tam, gdzie kluczowa jest **moc i minimalizacja strat** przy wysokich częstotliwościach (radary, komunikacja satelitarna). Jednak ze względu na gabaryty i sztywność, w elektronice powszechnego użytku zastępowane są przez linie mikropaskowe (realizowane na płytkach drukowanych - PCB) i kable koncentryczne.

2.6 Prędkość fazowa i prędkość grupowa w falowodzie

Pojęcie prędkości w falowodzie jest jednym z najbardziej fascynujących i często mylących zagadnień w technice mikrofalowej. W odróżnieniu od wolnej przestrzeni, w falowodzie fala nie porusza się "na wprost", lecz odbija się od ścianek, co prowadzi do rozróżnienia na dwa rodzaje prędkości.

2.6.1 Intuicyjny Model zygzakowy

Wyobraźmy sobie falę płaską, która wpada do falowodu pod kątem. Fala ta odbija się od górnej i dolnej ścianki, poruszając się ścieżką zygzakową.

Rozróżniamy dwie prędkości:



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika Warszawska

Plac Politechniki 1
00-661 Warszawa

www.pw.edu.pl



- Prędkość grupowa (v_g): To prędkość, z jaką energia i informacja przemieszczają się wzdłuż osi falowodu. Ponieważ fala musi pokonać dłuższą drogę (zygzakiem), jej postęp wzdłuż osi z jest wolniejszy niż prędkość światła.
- Prędkość fazowa (v_p): To prędkość, z jaką poruszają się punkty o stałej fazie (np. szczyty fali) wzdłuż osi falowodu. Jest to prędkość "geometryczna" wynikająca z przecięcia frontu fali ze ścianką falowodu.

Definicja

 W falowodzie wypełnionym powietrzem (lub próżnią) obowiązują następujące definicje:

- Liczba falowa w próżni: $k = \frac{\omega}{c}$
- Liczba falowa w falowodzie (stała fazowa): $\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2}$ (gdzie k_c to liczba falowa odcięcia zależna od wymiarów falowodu).
- Prędkość fazowa (v_p): Definiuje szybkość przemieszczania się czoła fali o określonej fazie:


$$v_p = \frac{\omega}{\beta}$$

- Prędkość grupowa (v_g): Definiuje szybkość przemieszczania się obwiedni sygnału (paczki falowej), czyli transportu energii:

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta}$$

2.6.2 Relacja prędkości fazowej i grupowej z prędkością światła

Definicja

 Dla falowodu wypełnionego próżnią zachodzi niezwykle ważna zależność:

$$v_p \cdot v_g = c^2$$

Wprowadzając współczynnik $\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$, który określa, jak blisko częstotliwości odcięcia (f_c) pracuje falowód, otrzymujemy:

1. Prędkość fazowa:

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$$

2. Prędkość grupowa:

$$v_g = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczypospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika Warszawska

Plac Politechniki 1
00-661 Warszawa

www.pw.edu.pl

**Warto wiedzieć**

W falowodzie prędkość fazowa zawsze jest większa od prędkości światła w próżni, a prędkość grupowa zawsze jest mniejsza od prędkości światła w próżni.

2.6.3 Dowód nierówności ($v_p > c$ oraz $v_g < c$)

Z analizy powyższych wzorów wynikają kluczowe wnioski (zakładając pracę powyżej częstotliwości odcięcia, czyli $f > f_c$):

Dlaczego $v_g < c$?

Wyrażenie pod pierwiastkiem $1 - (\frac{f_c}{f})^2$ jest zawsze mniejsze od 1. Zatem:

$$v_g = c \cdot (\cos < 1) \implies v_g < c$$

Jest to zgodne z teorią względności – energia i informacja nie mogą poruszać się szybciej niż światło.

Dlaczego $v_p > c$?

Ponieważ dzielimy c przez liczbę mniejszą od 1:

$$v_p = \frac{c}{(\cos < 1)} \implies v_p > c$$

Czy to łamie teorię względności?

Nie. Prędkość fazowa nie przenosi informacji ani materii. Można to porównać do rzucania cienia lub ruchu punktu przecięcia ostrzy nożyczek – punkt ten może poruszać się z dowolną prędkością, ale żaden fizyczny obiekt (cząstka) nie przemieszcza się tak szybko.

Warto wiedzieć

- Jeśli f zbliża się do f_c (granica pracy falowodu), to: $v_g \rightarrow 0$ (energia przestaje płynąć wzdłuż falowodu, fala "odbija się w miejscu"), $v_p \rightarrow \infty$ (fazy wzdłuż falowodu zmieniają się nieskończenie szybko).
- Jeśli $f \gg f_c$ (bardzo wysoka częstotliwość), to: $v_g \rightarrow c$ oraz $v_p \rightarrow c$ (falowód zaczyna zachowywać się jak wolna przestrzeń).



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika Warszawska

Plac Politechniki 1
00-661 Warszawa

www.pw.edu.pl



3 Zadania ćwiczeniowe

Do rozwiązywania zadań wykorzystaj środowisko Jupyter Lab oraz pakiety Pythona: `sympy`, `lcapy`, `matplotlib` i `scipy`.

3.1 Zadanie 1: Parametry linii bezstratnej (SymPy i Matplotlib)

Zdefiniuj symboliczną zależność na współczynnik odbicia Γ oraz impedancję otrzymaną dla odcinka bezstratnej linii długiej. Zaprezentuj wykres modułu funkcji impedancji $Z_{in}(l)$ dla linii po zwarciu ($Z_O = 0$, impedancja wejściowa to funkcja długości linii l) przyjmując stałą fazową $\beta = 1$ rad/m i impedancję falową $Z_c = 50 \Omega$.

Listing 3.1: Moduł impedancji linii długiej

```
import sympy as sp
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Zmienne symboliczne
Zc, ZL, gamma, l = sp.symbols('Z_c Z_L gamma l', positive=True)

# Ogólny wzór na impedancję wejściową linii
Zin = Zc * (ZL + Zc*sp.tanh(gamma*l)) / (Zc + ZL*sp.tanh(gamma*l))

# Po zwarciu ZL = 0, brak strat (beta zamiast gamma: gamma=j*beta)
beta = sp.Symbol('beta', positive=True)
Zin_short = Zin.subs({ZL: 0, gamma: sp.I * beta}).simplify()

print("Wejściowa impedancja linii zwartej (symbolicznie):")
sp.pprint(Zin_short)

# Parametry na potrzeby wykresu
Zc_val = 50.0
beta_val = 1.0
length_vals = np.linspace(0, 3*np.pi, 1000)

# Obliczenie (moduł impedancji wykazuje rezonanse z okresem pi/beta)
Zin_func = sp.lambdify(l, sp.Abs(Zin_short.subs({Zc: Zc_val, beta:
    ↪ beta_val})), "numpy")
Zin_vals = Zin_func(length_vals)

plt.figure(figsize=(8,4))
plt.plot(length_vals, Zin_vals, color='red')
plt.ylim(0, 3000) # Ograniczenie by zobaczyć kształt
plt.grid(True)
plt.title('Moduł impedancji zwartej bezstratnej linii długiej (Zc=50
    ↪ Ohm)')
plt.xlabel('Długość linii l [m]')
```





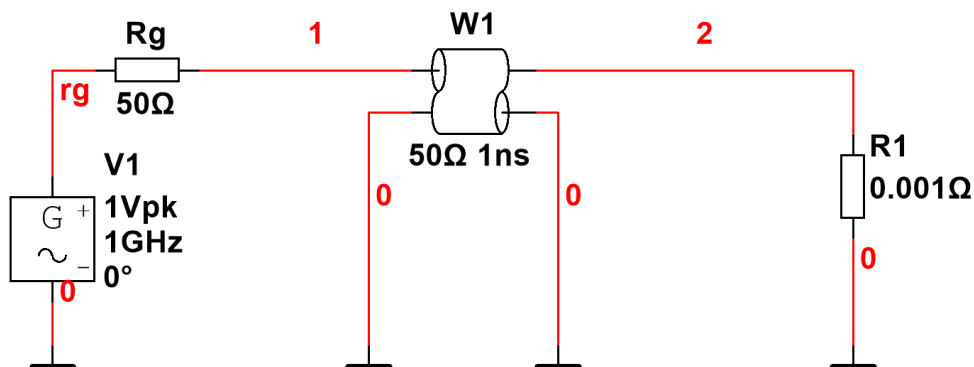
Listing 3.1: Moduł impedancji linii długiej (c.d.)

```
plt.ylabel('|Z_in| [Ohm]')
plt.show()
```

3.2 Zadanie 2: Multisim - zbadaj zmianę impedancji linii długiej zwartej na końcu od jej długości

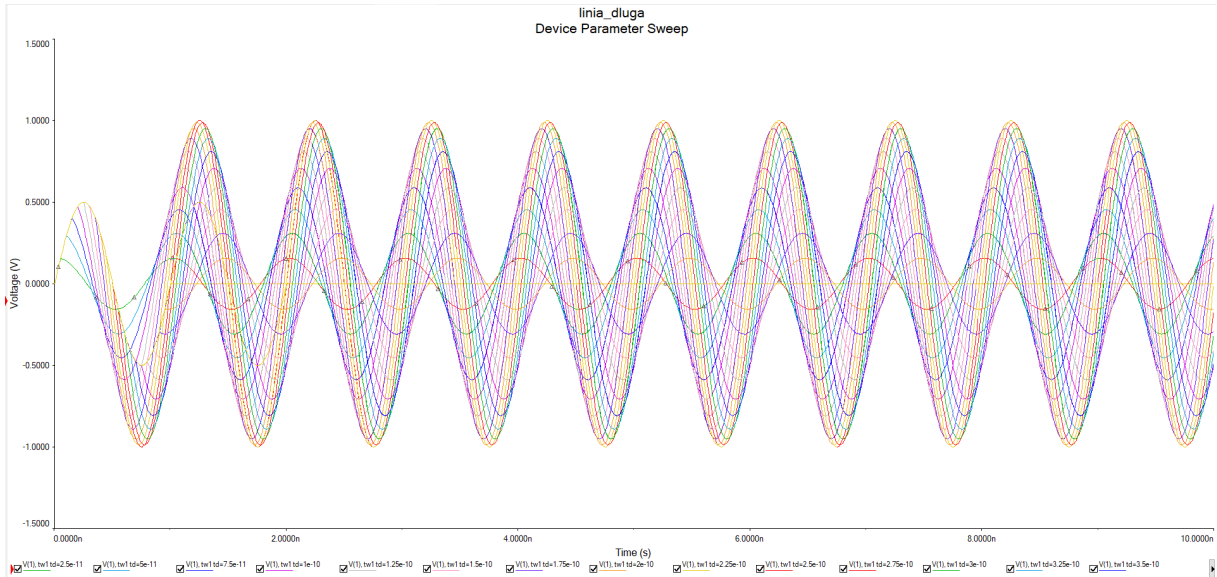
Wykonaj symulację w Multisim, w której zmierzysz napięcie na wejściu linii długiej, która jest zwarta na końcu.

- Bezstratną linię długą można znaleźć w grupie Misc pod nazwą LOSSLESS_LINE_TYPE_1.
- Podłącz generator sygnału (group: Sources → family: SIGNAL_VOLTAGE_SOURCES → AC_VOLTAGE). Częstotliwość na generatorze ustaw 1 GHz, amplituda 1 V. Dodaj rezystor R_g określający rezystancję wyjściową generatora 50Ω .
- Podłącz linię bezstratną. Ustaw jej impedancję charakterystyczną Nominal impedance na 50Ω , a opóźnienie Propagation delay na 1 ns.
- Wybierz typ sumulacji Parameter Sweep
- Wybierz parametr linii transmisyjnej td . Wybierz zmianę liniową od 25 ps do 1 ns (1 ns to okres sygnału o częstotliwości 1 GHz), Number of points na 40.
- Ustaw Analyses to sweep na Transient. Wciśnij przycisk Edit analysis
- Ustaw parametry analizy: End time na 10 ns. Ustaw ręcznie Maximum time step na 10 ps.
- W zakładce Output wybierz napięcie na węźle 1: V(1).
- Uruchom symulację i przeanalizuj wyniki. Sprawdź wpływ zmiany rezystancji obciążenia. Jak będą wyglądać przebiegi, gdy rezystancja obciążenia będzie bliska impedancji charakterystycznej linii długiej?



Rysunek 1: Multisim: Obwód do symulacji linii długiej w zależności od długości linii - za co odpowiada parametr td .





Rysunek 2: Multisim: Wpływ długości linii na amplitudę sygnału na wejściu bezstratnej linii transmisyjnej.

3.3 Zadanie 3: Interaktywna symulacja mikrofalowej laboratoryjnej linii pomiarowej

Wykonaj symulację mikrofalowej linii pomiarowej, w której występuje fala stojąca.

Listing 3.2: Interaktywna symulacja mikrofalowej linii pomiarowej

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import ipywidgets as widgets
from IPython.display import display, clear_output

def simulate_slotted_line():
    # Constant: speed of light in vacuum
    c = 299792458.0

    # --- Widgets Configuration ---
    freq_slider = widgets.FloatSlider(value=1.0e9, min=0.8e9, max=1.2e9,
                                      step=0.01e9,
                                      description='f [Hz]:', format='.2e')
    vf_slider = widgets.FloatSlider(value=1.0, min=0.5, max=1.0,
                                    step=0.01,
                                    description='v_factor:')
    zl_real_slider = widgets.FloatLogSlider(value=100.0, base=10, min=0,
                                             max=3, step=0.1,
                                             description='Re(Z_L) [Ohm]:')
    zl_imag_slider = widgets.FloatSlider(value=0.0, min=-200, max=200,
                                         step=1.0,
```





Listing 3.2: Interaktywna symulacja mikrofalowej linii pomiarowej (c.d.)

```
description='Im(Z_L) [Ohm]:')
pos_slider = widgets.FloatSlider(value=0.0, min=0.0, max=1.0,
                                step=0.001,
                                description='Detektor [m]:')

output = widgets.Output()

def update_plot(change=None):
    f = freq_slider.value
    vf = vf_slider.value
    zl = complex(zl_real_slider.value, zl_imag_slider.value)
    z0 = 50.0 # Characteristic impedance

    # Physics calculations
    vp = c * vf
    wavelength = vp / f
    beta = 2 * np.pi / wavelength

    # Reflection coefficient
    gamma = (zl - z0) / (zl + z0)
    gamma_mag = np.abs(gamma)
    gamma_phase = np.angle(gamma)

    swr = (1 + gamma_mag) / (1 - gamma_mag) if gamma_mag < 0.999\
else 100.0
    rl = -20 * np.log10(gamma_mag) if gamma_mag > 0 else 100.0
    il = -10 * np.log10(1 - gamma_mag**2) if gamma_mag < 1.0\
else 100.0

    # Position range (1 meter line)
    z_vals = np.linspace(0, 1.0, 1000)
    # Standing wave pattern: V(z) = |1 + Gamma * exp(-j * 2
    # * beta * (L - z))|
    # Note: z is distance from generator. Slotted line
    # usually measures from load.
    # Let's assume z=0 is load, z=1 is towards generator
    # for simplicity.
    # Let's use d = distance from load.
    d = z_vals
    voltage = np.abs(1 + gamma * np.exp(-2j * beta * d))

    # Detector voltage
    det_pos = pos_slider.value
    det_v = np.abs(1 + gamma * np.exp(-2j * beta * det_pos))

    with output:
        clear_output(wait=True)
```





Listing 3.2: Interaktywna symulacja mikrofalowej linii pomiarowej (c.d.)

```

fig, ax = plt.subplots(figsize=(10, 5))
ax.plot(z_vals, voltage,
        label='Rozkład napięcia (fala stojąca)')
ax.axvline(x=det_pos, color='r', linestyle='--',
label=f'Detektor (z={det_pos:.3f}m, V={det_v:.3f})')

# Find minima positions for visual aid
# Minima occur when 2*beta*d + phi = (2n+1)*pi
# d_min = ((2n+1)*pi - phi) / (2*beta)
phi = gamma_phase
minima = []
for n in range(-10, 10):
    dm = ((2*n + 1) * np.pi - phi) / (2 * beta)
    if 0 <= dm <= 1.0:
        minima.append(dm)
        ax.plot(dm, 1 - gamma_mag, 'go')

ax.set_xlabel('Odległość od obciążenia [m]')
ax.set_ylabel('Amplituda napięcia (u.m.)')
ax.set_title(f'Linia pomiarowa: f = {f/1e9:.3f} GHz,\
lambda = {wavelength*100:.2f} cm')
ax.grid(True)
ax.legend()
plt.show()

print(f"--- Pomiary i obliczenia ---")
print(f"Częstotliwość: f = {f/1e6:.2f} MHz")
print(f"Współczynnik fali stojącej (WFS/SWR): {swr:.3f}")
print(f"Moduł współczynnika odbicia |gamma|: {gamma_mag:.4f}")
print(f"Straty odbiciowe RL: {rl:.2f} dB")
print(f"Straty wtrąceniowe (mismatch loss) IL: {il:.4f} dB")
print(f"Prędkość fazowa vp: {vp/1e6:.2f} MHz*m (km/s)")

if len(minima) >= 2:
    lambda_calc = 2 * np.abs(minima[1] - minima[0])
    vp_calc = lambda_calc * f
    print(f"Dystans między minimami:\
{np.abs(minima[1] - minima[0])*100:.2f} cm")
    print(f"Wyznaczona długość fali lambda:\
{lambda_calc*100:.2f} cm")
    print(f"Wyznaczona prędkość fazowa vp_exp:\
{vp_calc/1e6:.2f} MHz*m")

# Link sliders to update function
freq_slider.observe(update_plot, 'value')
vf_slider.observe(update_plot, 'value')
zl_real_slider.observe(update_plot, 'value')

```





Listing 3.2: Interaktywna symulacja mikrofalowej linii pomiarowej (c.d.)

```
zl_imag_slider.observe(update_plot, 'value')
pos_slider.observe(update_plot, 'value')

# Initial plot
update_plot()

# Layout
controls = widgets.VBox([freq_slider, vf_slider, zl_real_slider,
zl_imag_slider, pos_slider])
display(widgets.HBox([controls, output]))

if __name__ == "__main__":
    simulate_slotted_line()
```

3.4 Zadanie 4: Interaktywna symulacja reflektometrii impulsowej (TDR - Time Domain Reflectometry)

Wykonaj symulację linii długiej z umieszczoną na końcu regulowaną rezystancją - celem regulacji dopasowania falowego. Zastosuj suwaki do regulacji rezystancji obciążenia, opóźnienia w linii td i szerokości impulsu.

Informacje dodatkowe



Reflektometria impulsowa wykorzystywana jest do lokalizacji uszkodzeń w linii. Znając parametry linii - prędkość rozchodzenia się impulsu, jesteśmy w stanie precyzyjnie zlokalizować położenie usterki, od której impuls odbija się i wraca. Zarejestrowany może być na oscyloskopie, gdzie możemy określić czas pomiędzy wygenerowaniem impulsu a jego powrotem.

Listing 3.3: Interaktywna symulacja reflektometrii

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import ipywidgets as widgets
from IPython.display import display

# Funkcja obliczająca przebieg impulsu w linii
def calc_tdr_pulse(t, V_amp, W, Rs, Z0, RL, Td):
    """
    t: wektor czasu
    V_amp: amplituda impulsu [V]
    W: szerokość impulsu [s]
    Rs: rezystancja źródła [Ohm]
    Z0: impedancja falowa linii [Ohm]
    RL: rezystancja obciążenia [Ohm]
    Td: opóźnienie linii (w jedną stronę) [s]
```





Listing 3.3: Interaktywna symulacja reflektometrii (c.d.)

```
"""
# 1. Amplituda impulsu wchodzącego do linii (dzielnik  $R_s$  i  $Z_0$ )
V_inc_amp = V_amp * (Z0 / (Rs + Z0))

# 2. Definicja impulsu wejściowego (prostokąt od  $t=0$  do  $t=W$ )
def pulse(time_vec, offset):
    return ((time_vec >= offset) & (time_vec <= offset +
        W)).astype(float)

# 3. Współczynnik odbicia na końcu linii
if np.isinf(RL):
    gamma = 1.0
else:
    gamma = (RL - Z0) / (RL + Z0)

# 4. Sygnał na początku linii = impuls padający +
#     impuls odbity (powracający po  $2 \cdot T_d$ )
v_t = V_inc_amp * (pulse(t, 0) + gamma * pulse(t, 2 * Td))

return v_t

def simulate_tdr_pulse_interactive():
    # Parametry osi czasu
    t_max_ns = 30
    t_vec = np.linspace(-2, t_max_ns, 1200) * 1e-9 # sekundy
    V_amp = 1.0
    Z0 = 50.0
    Rs = 50.0 # Dopasowane źródło, aby nie było odbić od generatora

    # --- Interfejs Użytkownika ---
    style = {'description_width': 'initial'}

    # Suwaki
    td_slider = widgets.FloatSlider(value=6.0, min=1.0, max=12.0, step=0.1,
        description='Td (Opóźnienie) [ns]:',
        style=style)
    width_slider = widgets.FloatSlider(value=1.0, min=0.2, max=5.0,
        step=0.1,
        description='Szerokość impulsu
        ↵ [ns]:',
        style=style)
    rl_slider = widgets.FloatLogSlider(value=150.0, base=10, min=0, max=4,
        step=0.01,
        description='RL (Obciążenie) [Ohm]:',
        style=style)

    # Checkboxy dla stanów ekstremalnych
```





Listing 3.3: Interaktywna symulacja reflektometrii (c.d.)

```
mode_radio = widgets.RadioButtons(
    options=['Manualne RL', 'Zwarcie (Short)', 'Rozwarcie (Open)',
            'Dopasowanie (50 Ohm)'],
    value='Manualne RL',
    description='Stan końca linii:',
    style=style
)

output = widgets.Output()

def update_plot(change=None):
    # Logika wyboru obciążenia
    if mode_radio.value == 'Zwarcie (Short)':
        RL_val = 0.0
        rl_slider.disabled = True
    elif mode_radio.value == 'Rozwarcie (Open)':
        RL_val = float('inf')
        rl_slider.disabled = True
    elif mode_radio.value == 'Dopasowanie (50 Ohm)':
        RL_val = 50.0
        rl_slider.disabled = True
    else:
        RL_val = rl_slider.value
        rl_slider.disabled = False

    Td_val = td_slider.value * 1e-9
    W_val = width_slider.value * 1e-9

    y_values = calc_tdr_pulse(t_vec, V_amp, W_val, Rs, ZO, RL_val,
                              Td_val)

    with output:
        output.clear_output(wait=True)
        plt.figure(figsize=(11, 5))

        # Wykres sygnału
        plt.fill_between(t_vec * 1e9, y_values, color='skyblue',
                        alpha=0.4)
        plt.plot(t_vec * 1e9, y_values, lw=2, color='navy',
                label='Sygnał na wejściu kabla')

        # Adnotacje
        gamma = (RL_val - ZO) / (RL_val + ZO) if not np.isinf(RL_val)\
        else 1.0
        plt.annotate('Impuls nadany', xy=(width_slider.value/2, 0.55),
                    ha='center', color='blue')
```





Listing 3.3: Interaktywna symulacja reflektometrii (c.d.)

```
if abs(gamma) > 0.01:
    t_ret = 2 * td_slider.value
    plt.annotate(rf'Impuls odbity (Gamma = {gamma:.2f})',
                xy=(t_ret + width_slider.value/2, 0.55 if\
                    gamma > 0 else -0.3),
                ha='center', color='darkred')
    plt.axvline(t_ret, color='green', linestyle='--',
                alpha=0.5)

# Estetyka
plt.title(rf'Reflektometria Impulsowa (TDR) - Stan:'
          rf'{mode_radio.value}', fontsize=14)
plt.xlabel('Czas [ns]', fontsize=11)
plt.ylabel('Napięcie [V]', fontsize=11)
plt.grid(True, linestyle=':', alpha=0.6)
plt.ylim(-0.7, 1.2)
plt.xlim(-2, t_max_ns)
plt.axhline(0, color='black', lw=1)

# Obliczenia długości
v_p = 0.2 # m/ns
length = td_slider.value * v_p
plt.text(18, 0.8, f"Długość do usterki: {length:.2f} m"
         f"(przy v=0.2m/ns)",
         bbox=dict(boxstyle="round", facecolor="yellow",
                   alpha=0.3))

plt.tight_layout()
plt.show()

# Obserwatorzy
td_slider.observe(update_plot, names='value')
width_slider.observe(update_plot, names='value')
rl_slider.observe(update_plot, names='value')
mode_radio.observe(update_plot, names='value')

# Układ interfejsu
controls = widgets.VBox([
    widgets.HBox([mode_radio, rl_slider]),
    widgets.HBox([td_slider, width_slider])
])
display(widgets.VBox([controls, output]))
update_plot()

# Uruchomienie
simulate_tdr_pulse_interactive()
```





3.5 Zadanie 5: Częstotliwości odcięcia w falowodzie (SciPy)

Rozważ falowód prostokątny wypełniony powietrzem o wymiarach $a = 22.86$ mm i $b = 10.16$ mm (pasmo X). Wykorzystaj `scipy.constants` do wczytania prędkości światła. Oblicz i wypisz częstotliwości odcięcia f_c dla pierwszych 6 modów (np. TE_{10} , TE_{20} , TE_{01} , TE_{11} , TM_{11} , ...). Wykorzystaj siatkę współrzędnych (`numpy.meshgrid`) do wygenerowania wykresu 2D (heatmap - w `matplotlib`) amplitudy pola E_z dla wielokrotnie już wyliczonego modu TM_{11} (po zignorowaniu współczynników $E_0 = 1$, $E_z = \sin(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b)$).

Listing 3.4: Częstotliwości odcięcia w falowodzie prostokątnym o wymiarach $a = 22.86$ mm i $b = 10.16$ mm oraz wykres amplitudy pola E_z dla modu TM_{11} .

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.constants import c

# Wymiary falowodu
a = 22.86e-3 # [m]
b = 10.16e-3 # [m]

def f_c_mn(m, n):
    return (c / 2) * np.sqrt((m/a)**2 + (n/b)**2)

# Przykładowe mody
modes = [(1,0), (2,0), (0,1), (1,1), (2,1)]
print("Częstotliwości odcięcia w GHz:")
for m, n in modes:
    fc = f_c_mn(m, n) / 1e9
    print(f"Mod TE/TM_{m}{n}: {fc:.2f} GHz")

# Wykres modu TM11
m, n = 1, 1
x = np.linspace(0, a, 100)
y = np.linspace(0, b, 100)
X, Y = np.meshgrid(x, y)

# Amplituda Ez dla m=1, n=1
Ez = np.sin(m * np.pi * X / a) * np.sin(n * np.pi * Y / b)

plt.figure(figsize=(6,3))
plt.contourf(X*1000, Y*1000, Ez, 20, cmap='viridis')
plt.colorbar(label='Amplituda pola Ez')
plt.title('Skład względnej amplitudy pola $E_z$ w paczce $TM_{11}$')
plt.xlabel('x [mm]')
plt.ylabel('y [mm]')
```





Listing 3.4: Częstotliwości odcięcia w falowodzie prostokątnym o wymiarach $a = 22.86$ mm i $b = 10.16$ mm oraz wykres amplitudy pola E_z dla modu TM_{11} . (c.d.)

```
plt.show()
```

4 Pytania kontrolne

1. Czym charakteryzuje się linia w stanie dopasowania?

Odpowiedź: Linia w stanie dopasowania jest obciążona impedancją równą jej impedancji falowej ($Z_L = Z_c$). Wówczas współczynnik odbicia na końcu wynosi $\Gamma = 0$ (brak fali odbitej), a w linii występuje wyłącznie fala biegnąca w stronę obciążenia. Napięcie i prąd są w fazie (dla linii bezstratnej).

2. Dlaczego pewne mody nazywane są modami wymarłymi (zanikającymi)?

Odpowiedź: Jeśli częstotliwość fali elektromagnetycznej wprowadzanej do falowodu jest niższa niż częstotliwość odcięcia danego modu ($f < f_c$), zjawisko propagacji nie zachodzi. Energia wymusza ukształtowanie fali zwanej ewanescencyjną (zanikającą), która silnie tłumiona nie transportuje energii w głąb falowodu, tylko jej amplituda eksponencjalnie opada wzdłuż falowodu.

3. Co się dzieje ze stałą fazową β w linii, dla której wzrasta pojemność jednostkowa C przy pozostałych parametrach bez zmian (zakładając brak strat)?

Odpowiedź: Stała fazowa bezstratnej linii dana jest wzorem $\beta = \omega\sqrt{LC}$. Stąd widać wprost, że wzrost pojemności jednostkowej skutkuje proporcjonalnym (pierwiastkowo) wzrostem wartości β . Fizycznie oznacza to skrócenie długości fali w linii oraz spadek prędkości propagacji sygnału.

4. Jaką wartość fali stojącej (WFS) ma linia na końcu rozwarta?

Odpowiedź: Na końcu rozwartym ($Z_L \rightarrow \infty$) impedancja odbiornika jest nieskończona, współczynnik odbicia wynosi 1 (fala całkowicie się odbija z taką samą amplitudą). WFS wyraża się wzorem $WFS = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$. Ponieważ $|\Gamma| = 1$, WFS dąży do nieskończoności, co oznacza powstanie czystej fali stojącej z układem węzłów i strzałek.

Informacje dodatkowe



Więcej informacji dostępne jest na naszym Moodle: <https://study.engined.eu/mod/lesson/view.php?id=775>. W szczególności polecam zajrzeć do filmiku z symulacjami w LTSpice na stronie: <https://study.engined.eu/mod/lesson/view.php?id=776>. Można go także obejrzeć bezpośrednio na serwisie Youtube: <https://www.youtube.com/watch?v=z8ACG0tb7Cs>.



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika Warszawska

Plac Politechniki 1
00-661 Warszawa

www.pw.edu.pl



4.1 Wymagane oprogramowanie

Do wykonania ćwiczenia wymagany jest NI Multisim, Jupyter-lab i Python 3 z zainstalowanymi modułami:

- Sympy — do obliczeń symbolicznych i transformacji,
- Lcapy — do modelowania obwodów elektrycznych,
- matplotlib, numpy — do wizualizacji wyników.
- Scipy — do obliczeń na sygnałach





5 Autorzy i historia opracowania

- dr inż. Dariusz Tefelski - wersja z 2026r.



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika Warszawska

Plac Politechniki 1
00-661 Warszawa

www.pw.edu.pl