

Podstawy Elektroniki

Ćwiczenia

Pomiary impedancji

Autor: Dariusz Tefelski



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika Warszawska



Spis treści

1	Wstęp teoretyczny	1
1.1	Elementy pasywne	1
1.2	Modele podzespołów rzeczywistych	1
1.3	Wybór modelu pomiarowego (Series vs Parallel)	4
1.4	Zależność parametrów od częstotliwości	5
2	Metodyka pomiarowa i przyrządy	5
2.1	Mostek typu C (E-302)	5
2.2	Miernik dobroci Q-metr (MQL-5)	5
2.3	Mierniki LCR (Hameg HM8018, Motech MT 4090)	5
3	Zadania do wykonania	6
3.1	Pomiar parametrów kondensatora i cewki	6
3.2	Pomiar parametrów cewki w funkcji częstotliwości	7





1 Wstęp teoretyczny

1.1 Elementy pasywne

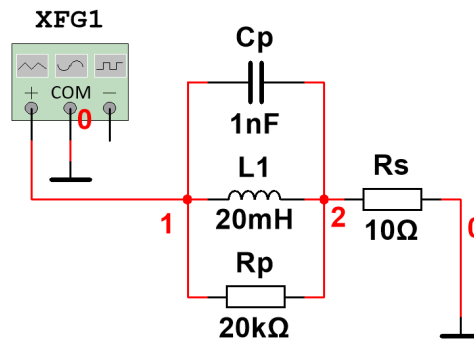
Wyróżniamy 3 podstawowe elementy pasywne:

- Opornik (rezystor) R , podstawowy parametr - oporność (rezystancja) wyrażana w jednostkach: Ohm Ω .
- Cewka (indukcyjna) L , podstawowy parametr - indukcyjność, wyrażana w jednostkach: Henry H .
- Kondensator C , podstawowy parametr - pojemność, wyrażana w jednostkach: Farad F .

1.2 Modele podzespołów rzeczywistych

Rzeczywiste elementy elektroniczne, takie jak cewki i kondensatory, nie są idealnymi reaktancjami. Występują w nich straty energii i cechują się pewnymi parametrami pasożytniczymi, które ujawniają się w miarę wzrostu częstotliwości pracy.

Przykładowo model cewki rzeczywistej przedstawiono na rys. 1. Symulacja w Multisim pozwala na poznanie zależności impedancji cewki rzeczywistej od częstotliwości. Podobnie model ten można przeanalizować wykorzystując moduł Icapy w środowisku **Jupyter-lab**. Źródła przykładowego kodu do wyświetlenia impedancji cewki rzeczywistej od częstotliwości wraz z porównaniem do cewki idealnej oraz z wyznaczeniem częstotliwości rezonansu własnego cewki przedstawia listing 1.1. Moment zamiany cewki w kondensator po przejściu przez częstotliwość rezonansową ilustruje wykres reaktancji modelu od częstotliwości listing 1.2.



Rysunek 1: Model rzeczywistej cewki, uwzględniający indukcyjność $L1$, rezystancję szeregową R_s (odpowiadającą za straty w miedzi), rezystancję równoległą R_p (odpowiadającą za straty w rdzeniu) oraz pojemność C_p występującą m.in. jako pojemność między zwojami cewki. W symulacji **AC Sweep** w Multisim, w Output należy wpisać wyrażenie $V(1)/I(R_s)$ aby wyświetlić zależność impedancji od częstotliwości.





Listing 1.1: Moduł impedancji modelu cewki rzeczywistej od częstotliwości z zaznaczoną częstotliwością rezonansu własnego

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from lcapy import L, R, C

# Model rzeczywistej cewki:
# L_val - indukcyjność nominalna
# Rs_val - rezystancja szeregową (stratność miedzi)
# Rp_val - rezystancja równoległa (straty w rdzeniu)
# Cp_val - pojemność pasywna (międzyzwojowa)

L_val = 20e-3 # 20 mH
Rs_val = 10 # 10 Ohm
Cp_val = 1e-9 # 1 nF
Rp_val = 20e3 # 20 kOhm

# Definicja modelu w lcapy
# L równoległa do Rp i Cp i do tego szeregowo połączone Rs
cewka = (L(L_val) | R(Rp_val) | C(Cp_val)) + R(Rs_val)

# Definicja zakresu częstotliwości (logarytmicznie)
# Od 10 Hz do 100 MHz
f_vec = np.logspace(1, 8, 1000)
s_vals = 1j * 2 * np.pi * f_vec
Z_mag = np.abs(cewka.Z.evaluate(s_vals))

# Znalezienie częstotliwości rezonansowej (SRF)
idx_max = np.argmax(Z_mag)
f_res = f_vec[idx_max]
Z_res_max = Z_mag[idx_max]

print(f"--- Wyniki analizy ---")
print(f"Częstotliwość rezonansowa (SRF): {f_res/1e6:.2f} MHz")
print(f"Maksymalna impedancja: {Z_res_max:.2f} Ohm")

# Wykres z zaznaczonym punktem rezonansu
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.loglog(f_vec, Z_mag, label='Model rzeczywisty')
plt.plot(f_res, Z_res_max, 'ro', label=f'Punkt rezonansu (SRF)')

Z_ideal = np.abs(L(L_val).Z.evaluate(s_vals))
plt.loglog(f_vec, Z_ideal, '--', label='Cewka idealna (L)', alpha=0.7)

plt.ylim(1, 5e4)
# Adnotacja na wykresie
plt.annotate(f'SRF: {f_res/1e6:.2f} MHz',
```





Listing 1.1: Moduł impedancji modelu cewki rzeczywistej od częstotliwości z zaznaczoną częstotliwością rezonansu własnego (c.d.)

```
xy=(f_res, Z_res_max), xytext=(f_res*1.5, Z_res_max),
arrowprops=dict(facecolor='black', shrink=0.05, width=1))

plt.title('Moduł impedancji cewki rzeczywistej')
plt.xlabel('Częstotliwość [Hz]')
plt.ylabel('Moduł impedancji |Z| [Ohm]')
plt.grid(True, which="both", ls="-", alpha=0.5)
plt.legend()
plt.show()
```

Listing 1.2: Reaktancja modelu cewki rzeczywistej od częstotliwości

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from lcapy import L, R, C

L_val = 20e-3 # 20 mH
Rs_val = 10 # 10 Ohm
Cp_val = 1e-9 # 10nF
Rp_val = 20e3 #20 kOhm

# Definicja modelu w lcapy
# L równoległe do Rp i Cp i do tego szeregowo połączone Rs
cewka = (L(L_val) | R(Rp_val) | C(Cp_val)) + R(Rs_val)

# Częstotliwości f (Hz)
f_vec = np.logspace(1, 8, 1000)

# Podstawienie s = j * 2 * pi * f
# lcapy.evaluate() przyjmuje wartości dla zmiennej s.
# Aby uzyskać odpowiedź częstotliwościową, musimy podać
# wartości na osi urojonej.
s_vals = 1j * 2 * np.pi * f_vec
Z_complex = cewka.Z.evaluate(s_vals)

# Wyciągnięcie reaktancji
X = np.imag(Z_complex)

# Wykres
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.semilogx(f_vec, X, label='Reaktancja rzeczywista $X = \text{Im}(Z)$')

# Porównanie z cewką idealną
X_ideal = 2 * np.pi * f_vec * L_val
plt.semilogx(f_vec, X_ideal, '--', label=r'Idealne $X_L = \omega L$',
↪ alpha=0.6)
```





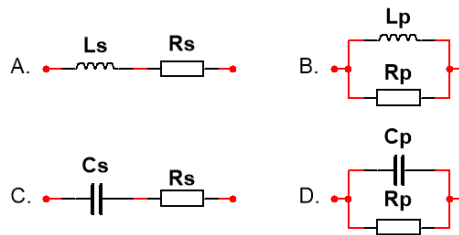
Listing 1.2: Reaktancja modelu cewki rzeczywistej od częstotliwości (c.d.)

```
plt.axhline(0, color='black', lw=1)
plt.title('Wykres reaktancji rzeczywistej cewki')
plt.xlabel(r'Częstotliwość [Hz]')
plt.ylabel(r'Reaktancja  $X$   $[\omega]$ ')
plt.grid(True, which="both", ls="-", alpha=0.5)
plt.legend()

# Ograniczenie skali osi pionowej
plt.ylim(-11000, 11000)
```

Do opisu podzespołów rzeczywistych stosuje się najczęściej dwa modele uproszczone. Zazwyczaj dostępne są one w przyrządach mierzących impedancje (np. mostek LRC). Modele przedstawiono na rys. 2.

- **Model szeregowy:** składa się z idealnej reaktancji (L_s lub C_s) połączonej szeregowo z rezystancją strat R_s (ESR - Equivalent Series Resistance).
- **Model równoległy:** składa się z idealnej reaktancji (L_p lub C_p) połączonej równolegle z rezystancją upływności R_p .



Rysunek 2: Uproszczone modele rzeczywistej cewki i rzeczywistego kondensatora. A - model szeregowy (Series) cewki, B - model równoległy (Parallel) cewki, C - model szeregowy (Series) kondensatora, D - model równoległy (Parallel) kondensatora

1.3 Wybór modelu pomiarowego (Series vs Parallel)

Większość nowoczesnych mierników LCR (np. Motech MT 4090) pozwala na ustawienie trybu pomiarowego. Wybór modelu zależy od wartości impedancji mierzonego elementu w stosunku do rezystancji strat:

1. **Model szeregowy (L_s, C_s):** Należy wybrać dla elementów o **małej impedancji** (duże pojemności, małe indukcyjności). W tych elementach rezystancja szeregową wyprowadzeń i uzwojeń (ESR) dominuje nad stratami dielektrycznymi.
2. **Model równoległy (L_p, C_p):** Należy wybrać dla elementów o **dużej impedancji** (małe pojemności, duże indukcyjności). W tych elementach rezystancja upływności dielektryka lub izolacji międzyzwojowej dominuje nad rezystancją wyprowadzeń.





Matematyczna zależność między wartościami w obu modelach zależy od **dobroci** (Q) lub **współczynnika strat** ($D = 1/Q$):

$$C_p = \frac{C_s}{1 + D^2}, \quad L_p = L_s \left(1 + \frac{1}{Q^2}\right) \quad (1)$$

Dla elementów o wysokiej dobroci ($Q > 10$ lub $D < 0,1$), różnice między modelem szeregowym a równoległym są pomijalne ($C_s \approx C_p$ oraz $L_s \approx L_p$).

1.4 Zależność parametrów od częstotliwości

Parametry elementów rzeczywistych zmieniają się wraz z częstotliwością z powodu zjawisk fizycznych:

- **Cewki:** Indukcyjność maleje przy bardzo wysokich częstotliwościach ze względu na zjawisko naskórkowości i zbliżanie się do rezonansu własnego z pojemnościami pasywnymi. Rezystancja strat R_s gwałtownie rośnie wraz z częstotliwością. Powyżej częstotliwości rezonansu własnego, cewka zaczyna zachowywać się jak kondensator.
- **Kondensatory:** Pojemność może nieznacznie maleć ze względu na polaryzację dielektryka. Powyżej częstotliwości rezonansu własnego kondensator zaczyna zachowywać się jak cewka (indukcyjność doprowadzeń zaczyna dominować).

2 Metodyka pomiarowa i przyrządy

2.1 Mostek typu C (E-302)

Przyrząd analogowy pracujący na zasadzie równoważenia mostka prądu zmiennego. Wymaga ręcznego dostrojenia do uzyskania minimum sygnału. Służy głównie do precyzyjnych pomiarów pojemności przy stałej częstotliwości sieciowej lub z generatora zewnętrznego.

2.2 Miernik dobroci Q-metr (MQL-5)

Wykorzystuje zjawisko rezonansu szeregowego w obwodzie LC. Dobroć Q wyznaczana jest jako stosunek napięcia na kondensatorze rezonansowym do napięcia zasilającego obwód: $Q = U_C/U$. Jest to najdokładniejsza metoda pomiaru stratności cewek przy wysokich częstotliwościach.

2.3 Mierniki LCR (Hameg HM8018, Motech MT 4090)

Przyrządy cyfrowe wyznaczające impedancję poprzez pomiar wektora prądu i napięcia (metoda techniczna).

- **HM8018:** Klasyczny miernik laboratoryjny, pozwala na szybki pomiar podstawowych parametrów.





- **Motech MT 4090:** Precyzyjny miernik pozwalający na pomiar w funkcji częstotliwości (do 100 kHz). Jest kluczowy dla zadania badania charakterystyk $L(f)$ oraz $Q(f)$.

3 Zadania do wykonania

Zadania



1. Zmierzyć parametry wskazanego kondensatora i cewki przy użyciu wszystkich dostępnych przyrządów. Porównać wyniki.
2. Dla wybranej cewki przeprowadzić pomiar parametrów L_s oraz Q w funkcji częstotliwości przy użyciu miernika Motech MT 4090.
3. Na podstawie uzyskanych wyników wyznaczyć częstotliwość, przy której dobroć cewki jest maksymalna.

3.1 Pomiar parametrów kondensatora i cewki

W ramach ćwiczenia należy zmierzyć parametry jednego kondensatora i jednej cewki na trzech różnych urządzeniach. Każde z urządzeń bazuje na innej metodzie pomiaru impedancji:

- rezonansowej (Miernik dobroci MQL-5),
- mostkowej (Mostek C typu E-302),
- technicznej (LC Meter HM8018).

Więcej o metodach pomiarów impedancji znajdziesz w instrukcji do laboratoriów.

Numer stanowiska podaje prowadzący. Do każdego stanowiska przypisane są kondensatory i cewka o innych parametrach. Prowadzący wskazuje, który kondensator należy zmierzyć.

W celu zaznajomienia się z obsługą danego miernika wciśnij przycisk **Tutorial** w dedykowanym symulatorze. Symulatory są wykonane w LabVIEW i zainstalowane na komputerach w laboratorium (instalatory są dostępne tutaj: <https://labe.engined.eu/index.php/Symulatory>).

Wykonaj pomiary na każdym z trzech urządzeń i wypełnij: <https://colab.research.google.com/drive/1GhhhaVUDMt5amlvvH3rXm9GQIOXKjHZ5?usp=sharing>, zwróć uwagę, że czasami należy przeliczyć zmierzoną wartość na wielkość podaną w tabelach.





Warto wiedzieć



Wskazówki jak przeliczać wartości w zależności od urządzenia znajdziesz tutaj:
<https://study.engined.eu/mod/lesson/view.php?id=750>.

3.2 Pomiar parametrów cewki w funkcji częstotliwości

W ramach tego zadania należy zmierzyć parametry kolejnej cewki w funkcji częstotliwości na mierniku Motech MT 4090. W celu zaznajomienia się z obsługą danego miernika należy wcisnąć przycisk *Tutorial*. Wypełnij odpowiednią tabelę w szablonie w Colach Research (link w poprzednim zadaniu).



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika Warszawska

Plac Politechniki 1
00-661 Warszawa

www.pw.edu.pl