

Podstawy Elektroniki

Ćwiczenia komputerowe

Obwody rezonansowe

Autor: Dariusz Tefelski



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika Warszawska



Spis treści

1	Cel ćwiczenia	1
2	Wprowadzenie	1
3	Dobroć Q	1
3.1	Dobroć rezystora (Q_R)	1
3.2	Dobroć cewki (Q_L)	1
3.3	Dobroć kondensatora (Q_C)	2
3.4	Dobroć obwodu rezonansowego	2
3.4.1	Dobroć obwodu szeregowego RLC	2
3.4.2	Dobroć obwodu równoległego RLC	3
3.4.3	Dobroć wypadkowa	3
4	Szeregowy obwód rezonansowy	3
5	Równoległy obwód rezonansowy	8
6	Autorzy i historia opracowania	9





1 Cel ćwiczenia

Celem niniejszego ćwiczenia jest zapoznanie ze zjawiskiem rezonansu, w tym poznaniem elementów rzeczywistych - modelowanie z uwzględnieniem dyssypatywnych własności elementów (oporność wewnętrzna) i w jaki sposób wpływają na kształt krzywej rezonansowej (szerokość krzywej). Poznanie pojęcia dobroci elementu oraz dobroci obwodu rezonansowego.

2 Wprowadzenie

3 Dobroć Q

Warto wiedzieć



Dobroć Q (z ang. *Quality Factor*) jest miarą efektywności energetycznej elementu lub układu. Definiuje ona stosunek energii zgromadzonej do energii traconej (rozproszonej w postaci ciepła) w ciągu jednego cyklu drgań.

Definicja



Dobroć $Q = \frac{\text{Energia zgromadzona}}{\text{Energia rozproszona}}$

3.1 Dobroć rezystora (Q_R)

Rezystor jest elementem dyssypatywnym, tzn. jego zadaniem jest rozpraszanie energii (zamiana w ciepło). Rezystor nie gromadzi energii, więc jego dobroć wynosi 0.

Definicja



Dobroć rezystora $Q_R = \frac{0}{E_{dys}} = 0$.

3.2 Dobroć cewki (Q_L)

Cewka rzeczywista to nie tylko indukcyjność (L), ale także rezystancja drutu nawojowego (R_L), z którego jest nawinięta oraz jeśli cewka nawinięta jest na rdzeniu np. ferrytowym, to także straty w rdzeniu.

Definicja



Dobroć cewki to stosunek reaktancji indukcyjnej do rezystancji strat.

$$Q_L = \frac{X_L}{R_L} = \frac{\omega L}{R_L}$$





Warto wiedzieć



Im większe Q_L tym cewka jest „lepiej” - mniej energii marnuje się na ogrzewanie drutu. Dobroć cewki zależy od częstotliwości (ω). Cewki są najsłabszym ogniwem obwodu rezonansowego - ich dobroć jest zazwyczaj w zakresie od 10 do kilkuset.

3.3 Dobroć kondensatora (Q_C)

W kondensatorze rzeczywistym występują straty wynikające z upływności dielektryka oraz rezystancji doprowadzeń (ESR - Equivalent Series Resistance).

Definicja



Dobroć kondensatora to stosunek reaktancji pojemnościowej do rezystancji strat.

$$Q_C = \frac{X_C}{R_C} = \frac{1}{\omega C R_C}$$

Warto wiedzieć



W przypadku kondensatorów częściej używa się parametru $\tan \delta$ (tangens kąta stratności), który jest odwrotnością dobroci $Q_C = \frac{1}{\tan \delta}$. Kondensatory mają zazwyczaj znacznie wyższą dobroć niż cewki (często idącą w tysiące), dlatego w obliczeniach inżynierskich często uznaje się je za idealne.

3.4 Dobroć obwodu rezonansowego

Dobroć obwodu opisuje zachowanie całego układu LC w stanie rezonansu. Uwzględnia ona sumaryczne straty wszystkich elementów (cewki, kondensatora oraz ewentualnego obciążenia R).

Warto wiedzieć



Szerokość pików rezonansowych jest związana z dobrocią obwodu zależnością:

$$B_w = \frac{f_0}{Q}$$

gdzie:

- B_w - szerokość pików,
- f_0 - częstotliwość rezonansowa,
- Q - dobroć obwodu rezonansowego.

3.4.1 Dobroć obwodu szeregowego RLC

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R}$$



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika Warszawska

Plac Politechniki 1
00-661 Warszawa

www.pw.edu.pl



Gdzie R jest sumą rezystancji cewki, kondensatora, źródła i obciążenia.

3.4.2 Dobroć obwodu równoległego RLC

$$Q = R\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{R}{\omega_0 L}$$

W obwodzie równoległym wysoka rezystancja R oznacza małe straty, więc Q rośnie.

3.4.3 Dobroć wypadkowa

W rzeczywistym obwodzie rezonansowym zawierającym nieidealną cewkę i nieidealny kondensator, dobroć wypadkowa obwodu (Q_{wyp}) jest zawsze mniejsza niż dobroć najsłabszego elementu.

Definicja



$$\frac{1}{Q_{wyp}} = \frac{1}{Q_L} + \frac{1}{Q_C} + \frac{1}{Q_{ext}}$$

4 Szeregowy obwód rezonansowy

Zadanie



Wyznacz częstotliwość rezonansową, dobroć szeregowego obwodu rezonansowego oraz szerokość piku rezonansowego, dla następujących wartości elementów obwodu: $L = 20$ mH, $C = 10$ nF i $R = 33$ Ω . Wykonaj symulację obwodu w Multisim i sprawdź, czy otrzymane wartości zgadzają się z wynikami symulacji. Zmień rezystancję R na $R = 130$ Ω , wyznacz ponownie parametry i sprawdź w symulacji Multisim.

Źródło skryptu w języku Python z modułem Sympy przedstawia listing 4.1.

Listing 4.1: Wyznaczenie częstotliwości rezonansowej, dobroci szeregowego obwodu rezonansowego RLC oraz szerokości piku rezonansowego

```
import sympy as sp
from sympy.physics.units import *
from IPython.display import Math

L = 20 * milli * henry
C = 10 * nano * farad
R = 33 * ohm

# Wyznaczenie częstotliwości rezonansowej
f0 = sp.simplify(1/(2*sp.pi*sp.sqrt(L*C)))
f0_n = convert_to(f0,hertz).evalf()
```





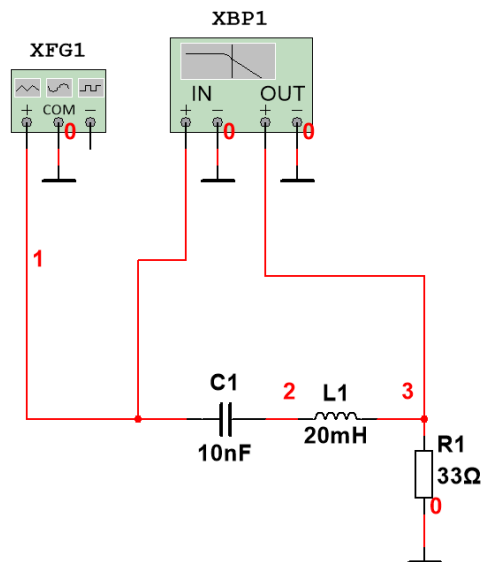
Listing 4.1: Wyznaczenie częstotliwości rezonansowej, dobroci szeregowego obwodu rezonansowego RLC oraz szerokości piku rezonansowego (c.d.)

```
display(Math(rf"\text{{Częstotliwość rezonansowa: }} \
f_0 = {sp.latex(f0_n.n(5))}")
print("f0 =",str(f0_n.n(5)).replace("*"," ")) #.n(ilosc_cyfr_znaczacych)

wart_num = (f0_n / (kilo * hertz)).evalf()
print(f"Częstotliwość rezonansowa: {wart_num.n(5)} kHz")

# Wyznaczenie dobroci
Q = sp.simplify(sp.sqrt(L/C)/R)
Q_n = sp.N(convert_to(Q,1)) #przekształć jednostki,
# do wartości bezwymiarowej
display(Math(rf"\text{{Dobroć obwodu }} Q={Q_n.n(4)}")
print(f"Q={Q_n.n(4)}")

# Wyznaczenie szerokości piku rezonansowego
bw = f0_n / Q_n
display(Math(rf"\text{{Szerokość piku rezonansowego: }} \
BW= {sp.latex(bw.n(5))}")
print(f"Częstotliwość dolna f_1 = \
{str((f0_n-0.5*bw).n(5)).replace("*"," ")})")
print(f"Częstotliwość górna f_2 \
= {str((f0_n+0.5*bw).n(5)).replace("*"," ")})")
```



Rysunek 1: Multisim: badanie rezonansu szeregowego. Na schemacie włączono wyświetlanie numerów węzłów (czerwone cyfry).

1. W oprogramowaniu Multisim, narysujmy schemat obwodu szeregowego według rys. 1. Włączmy widoczność numerów węzłów. Jeśli nic nie jest zaznaczone w polu robo-



Fundusze Europejskie dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita Polska

Dofinansowane przez Unię Europejską



Politechnika Warszawska

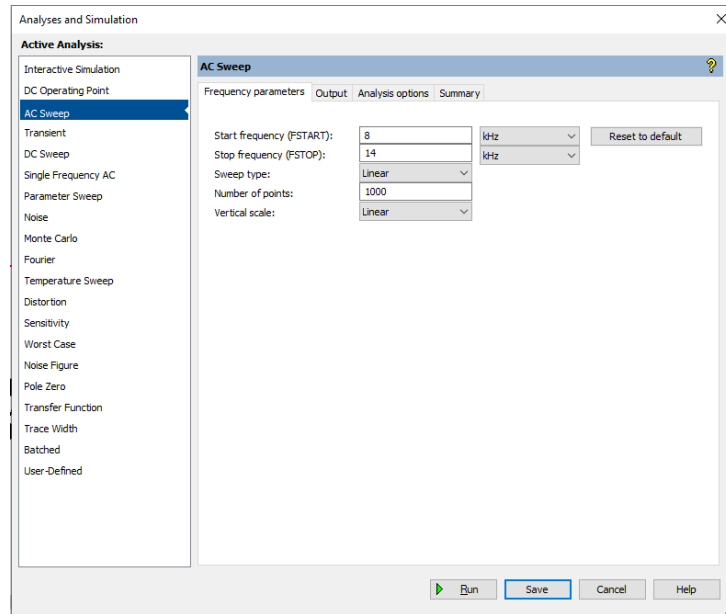
Plac Politechniki 1
00-661 Warszawa

www.pw.edu.pl



czym, to kliknijmy prawym klawiszem myszy na pusty obszar i z menu podręcznego wybierzmy **Properties**, albo naciśnijmy kombinację klawiszy (Ctrl + M). W powstałym oknie, w zakładce **Sheet visibility** → w polu **Net names** wybierzmy **Show all** i kliknijmy **Ok**.

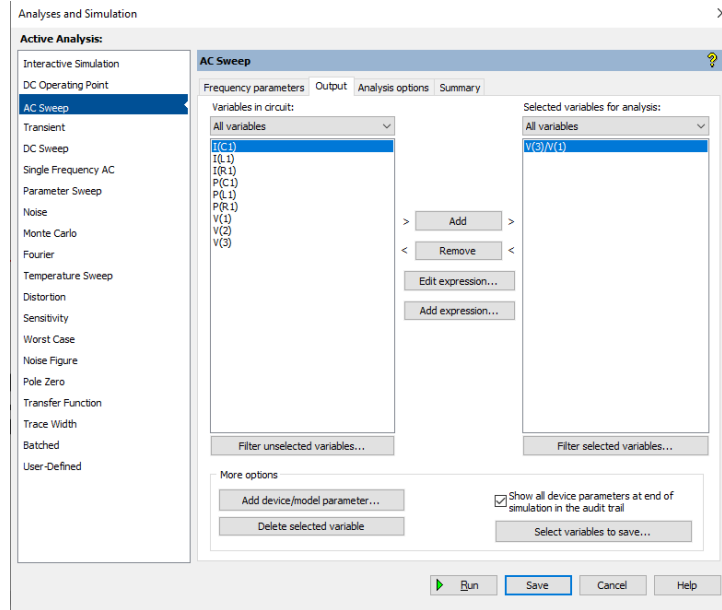
2. Aby wykonać dokładnie analizę, przełączmy symulację w tryb **AC Sweep**, wybierając z Menu, **Simulate** → **Analyses and simulation** → w polu **Active simulation** wybieramy (zamiast Interactive simulation), **AC Sweep**, co przedstawia rys. 2. Ustawmy parametry Start frequency na 8 kHz, Stop frequency na 14 kHz, Sweep type: Linear, Number of points: 1000, Vertical scale: Linear.



Rysunek 2: Multisim: konfiguracja symulacji typu AC Sweep.

3. Dalej, w zakładce **Output** wybieramy, co ma przedstawiać wykres. Ustawmy charakterystykę amplitudową, tak jak robi to analizator Bode'go, tzn. ustawmy stosunek napięć na węzle wyjściowym (w naszym przypadku to nr 3) i węzle wejściowym (w naszym przypadku to nr 1). Kliknijmy przycisk **Add expression** i wpiszmy wyrażenie $V(3)/V(1)$, co przedstawia rys. 3.
4. Naciśnijmy przycisk **Run**.
5. Na wykresie, patrz rys. 4 warto wyłączyć widoczność znaczników przebiegów **Trace** → **Show select marks on trace**.
6. Włączyć kursory: **Cursor** → **Show cursors**
7. Wybrać kursor np. 1 z menu **Cursor** → **Select cursor**, a następnie wybrać z **Cursor** → **Go to next Y MAX** ⇒. Kursor wskaże maksimum krzywej rezonansowej i z pola odczytowego kursora będzie można odczytać częstotliwość rezonansową.
8. Kursor można przemieścić ręcznie, albo wpisać wartość do której ma podążać przez **Cursor** → **Set Y value** ⇒. Można wpisać wartość **707m** aby znaleźć się na

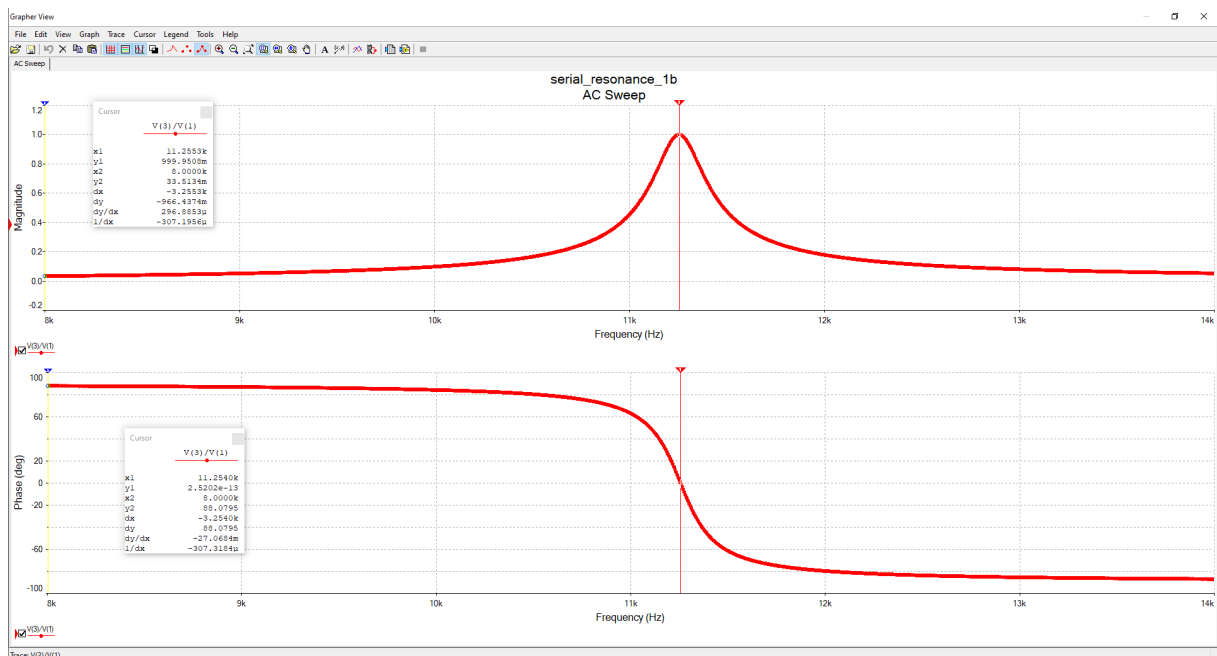




Rysunek 3: Multisim: Utworzenie wyrażenia $V(3)/V(1)$, celem wyświetlenia wykresu stosunku napięć

granicy pasma.

- Ustawić kursor 1 na granicy pasma od lewej, a kursor 2 na granicy pasma od prawej częstotliwości rezonansowej. Z pola odczytowego kursora, odczytać wartość Δx - która oznacza szerokość pasma.



Rysunek 4: Multisim: Krzywa rezonansowa w obwodzie szeregowym.





10. Wyznaczyć dobroć układu ze wzoru $Q = \frac{f_0}{B_w}$, gdzie f_0 - odczytana z wykresu częstotliwość rezonansowa, B_w - wyznaczona za pomocą kursorów szerokość piku (pasma).
11. Zaobserwować, że w przypadku rezonansu, przesunięcie fazowe sygnału $V(3)$ względem $V(0)$ wynosi 0 stopni (można wyszukać wartość 0 za pomocą kursora i odczytać częstotliwość rezonansową).
12. Ustawić na generatorze funkcyjnym, częstotliwość rezonansową, przebieg sinusoidalny i amplitudę $V_g = 10 V_p$.
13. Przełączyć symulację na **Transient**, w sposób podobny, jak poprzedni wybór (AC Sweep).
14. Ustawić czas symulacji na 0.02 sekundy.
15. Ustawić **Maximum time step** na $1e-6$ sekundy.
16. Ustawić przebiegi (Output) na **V(3)**, **V(1)** oraz **V(2)-V(3)**, który będzie podawał napięcie występujące na cewce.
17. Sprawdzić, że w stanie rezonansu, sygnał **V(3)** jest praktycznie identyczny z sygnałem **V(1)**, wypadkowa impedancja kondensatora i cewki wynosi 0.
18. Sprawdzić, że napięcie na cewce (i odpowiednio na kondensatorze) osiąga wartości $Q \cdot V_g$.
19. Zmienić kształt sygnału na generatorze funkcyjnym na sygnał prostokątny.
20. Sprawdzić, że selektywnie przepuszczana jest częstotliwość rezonansowa. Obwód rezonansowy stanowi filtr pasmowoprzepustowy.
21. Zmienić częstotliwość przebiegu prostokątnego na wartość równą $\frac{1}{2}f_0$. Sprawdzić otrzymany przebieg. Czy przypomina on przebieg wejściowy? Takie ustawienie częstotliwości powoduje, że częstotliwość rezonansowa pasmowoprzepustowego filtra jest drugą harmoniczną częstotliwością sygnału wejściowego.
22. Zmienić częstotliwość przebiegu prostokątnego na wartość równą $\frac{1}{3}f_0$. Sprawdzić otrzymany przebieg. Czy przypomina on przebieg wejściowy? Takie ustawienie częstotliwości powoduje, że częstotliwość rezonansowa pasmowoprzepustowego filtra jest drugą harmoniczną częstotliwością sygnału wejściowego.

Informacje dodatkowe



Przebieg prostokątny możemy rozłożyć w szereg Fouriera:

$$v(t) = \frac{4A}{\pi} \left(\sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \dots \right)$$

Przebieg prostokątny składa się wyłącznie z nieparzystych harmonicznnych. Im wyższa harmoniczna, tym amplituda mniejsza i równa $\frac{1}{n}$, gdzie n - rząd harmonicznej.



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczpospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika Warszawska

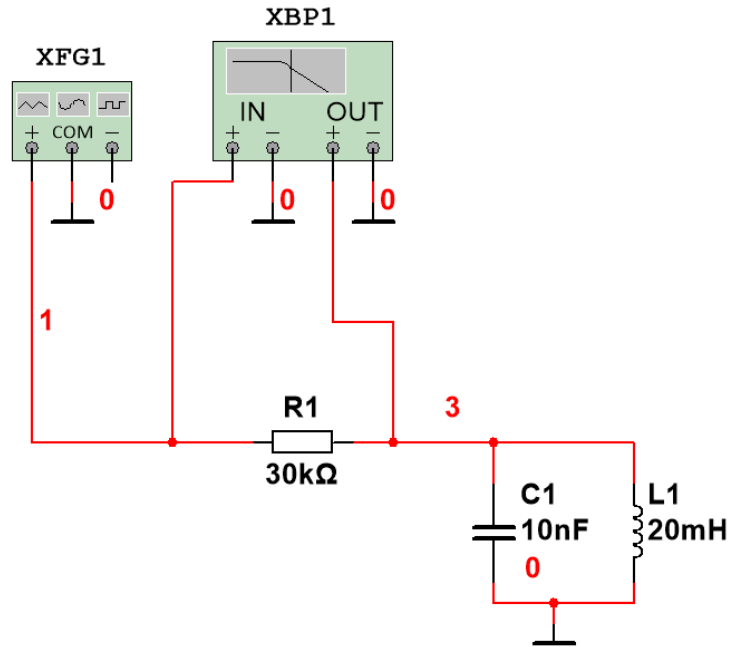
Plac Politechniki 1
00-661 Warszawa

www.pw.edu.pl



5 Równoległy obwód rezonansowy

Przeprowadzić analizę równoległego obwodu rezonansowego, jak dla szeregowego obwodu rezonansowego, przedstawionego wcześniej, wykorzystując oporniki: $30\text{ k}\Omega$ oraz $10\text{ k}\Omega$ według rys. 5.



Rysunek 5: Multisim: badanie rezonansu równoległego. Na schemacie włączono wyświetlanie numerów węzłów (czerwone cyfry).



6 Autorzy i historia opracowania

- dr inż. Dariusz Tefelski - wersja z 2026r.



Fundusze Europejskie
dla Rozwoju Społecznego



Rzeczypospolita
Polska

Dofinansowane przez
Unię Europejską



Politechnika Warszawska

Plac Politechniki 1
00-661 Warszawa

www.pw.edu.pl